ПРОЦЕССЫ И МАШИНЫ АГРОИНЖЕНЕРНЫХ СИСТЕМ

PROCESSES AND MACHINES OF AGRO-ENGINEERING SYSTEMS

УДК 681.586ю7:621.316.925 DOI: 10.34286/1995-4646-2021-80-5-41-47

А. А. Цедяков, *старший преподаватель*
С. И. Белов, *канд. техн. наук, доцент*
Н. А. Стушкина, *канд. техн. наук, доцент*
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К. А. Тимирязева», Российская Федерация, г. Москва

Andrey A. Cedyakov, *Senior Lecturer*
Sergey I. Belov, *Ph. D. of Engineering Sciences, Associate Professor*
Natal'ya A. Stushkina, *Ph. D. of Engineering Sciences, Associate Professor*
Russian Timiryazev State Agrarian University, Russian Federation, Moscow

Аппроксимация кривой намагничивания сердечника датчика тока для релейных защит распределительных сетей 6–10 кВ

Approximation of the magnification curve of the current screen of the current screen for relay protection systems 6–10 kV

Аннотация. *Анализируются основные существующие способы аппроксимации кривой намагничивания сердечника датчика тока, выполненного из электротехнической стали Э-310. Сравнительный анализ различных способов аппроксимации кривой намагничивания позволяет увидеть достоинства и недостатки каждого из способов и выбрать оптимальный для конкретного случая. Статья особо актуальна для датчиков тока накладного типа. Датчики такого типа широко применяются в распределительных сетях сельскохозяйственного назначения напряжением 6…10 кВ. Чувствительность релейной защиты непосредственно зависит от точности работы датчиков накладного типа.*
Ключевые слова: *кривая намагничивания, аппроксимация, метод наименьших квадратов, коэффициенты аппроксимирующей функции.*

Abstract. *The paper analyzes the main existing methods of approximating the magnetization curve of current sensor core made of electrical steel E-310. Comparative analysis of dif-*

ferent methods of magnetization curve approximation allows to see advantages and disadvantages of each method and to choose the optimal one for a particular case. The article is particularly relevant for overhead type current sensors. Sensors of this type are widely used in agricultural distribution networks of 6...10 kV. The sensitivity of relay protection directly depends on the accuracy of overhead type sensors.
Keywords: *magnetization curve, approximation, least-squares method, approximating function coefficients.*

Введение

Для анализа работы датчиков тока в широком диапазоне первичных токов и сопротивлений нагрузки, которые в сильной степени изменяют режимы работы датчиков, требуются методы, использующие более точное выражение кривой намагничивания и позволяющие анализировать работу датчиков в областях наибольших проницаемостей, а также в режиме насыщения.

Основная кривая намагничивания отражает изменение магнитной индукции (B) от напряженности магнитного поля (H), которое создается в материале при намагничивании и может использоваться в расчетах датчиков тока для определения средних значений вторичных токов и напряжений.

Существуют различные способы аппроксимации таблично заданной или графической функции кривой намагничивания аналитической функцией, которая с определенной степенью точности повторяет исходную функцию в заданных точках [1–5].

Цель – повышение чувствительности релейной защиты и надежности электроснабжения сельскохозяйственных потребителей.

Материалы и методы

В данном исследовании применялись следующие способы аппроксимации кривой намагничивания:

- кусочно-линейная аппроксимация;
- аппроксимация степенным полиномом 7 степени;
- аппроксимация нечетным степенным полиномом;
- аппроксимация четным степенным полиномом;
- аппроксимация функцией гиперболического синуса;
- аппроксимация функцией гиперболического тангенса;
- аппроксимация функцией арктангенса;
- аппроксимация с помощью сплайн-функций.

Любая аппроксимирующая функция содержит постоянные коэффициенты аппроксимации, которые определяются по методу наименьших квадратов [6].

Все математические вычисления производились с помощью программного пакета MathCAD.

Основная кривая намагничивания была получена экспериментально для датчика тока накладного типа, сердечник которого выполнен из электротехнической стали Э-310 с незначительным воздушным зазором 0,5 мм. Данные приведены в табличной и графической форме (таблица 1, рисунок 1) [7].

Таблица 1 – Кривая намагничивания электротехнической стали Э-310
Table 1 – Magnetization curve of electrical steel E-310

H, А/см	0	0,1	0,14	0,2	0,25	0,28	0,3	0,35
B, Тл	0	0,05	0,07	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3
H, А/см	0,4	0,45	0,52	0,6	0,68	0,7	0,85	1,04
B, Тл	0,35	0,4	0,45	0,5	0,54	0,55	0,6	0,65
H, А/см	1,2	1,25	1,58	1,8	1,98	2,4	2,55	3,0
B, Тл	0,69	0,7	0,75	0,78	0,8	0,84	0,85	0,88

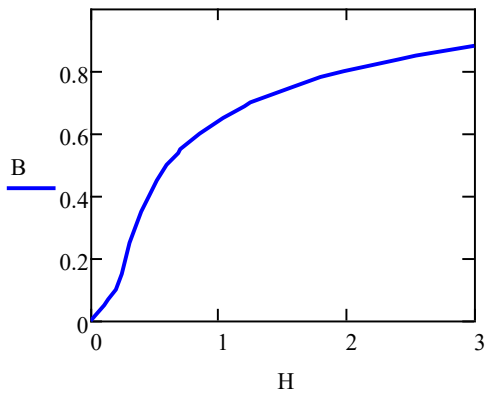

Рисунок 1 – Основная кривая намагничивания сердечника датчика тока
Figure 1 – Basic magnetization curve of the current sensor core

Первый способ – кусочно-линейная аппроксимация [4]. Это самый простой и распространенный способ аналитического представления кривой намагничивания, которая изображается несколькими линейными участками (два или более), все зависит от требуемой точности аппроксимации. В данном случае кривая намагничивания сердечника датчика тока аппроксимируется тремя отрезками (рисунок 2).

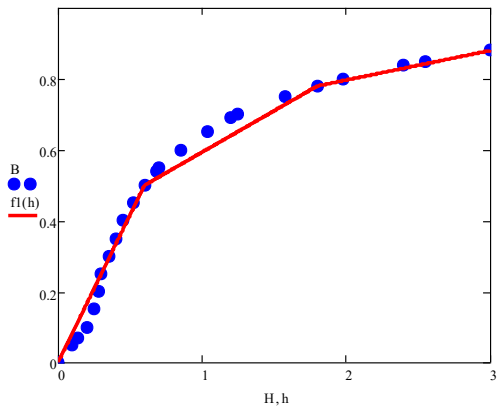

Рисунок 2 – Кусочно-линейная аппроксимация кривой намагничивания
Figure 2 – Cube-linear approximation of the magnetization curve

В результате нелинейная характеристика приводится к линейному виду с достаточно простыми аналитическими зависимостями

$$f1(H1) := k_1 H1 + k_0.$$

Коэффициенты k_1 и k_0 находятся по методу наименьших квадратов и для первой прямой составляют k_0 = 0; k_1 = 0,833, для второй прямой: k_0 = 0,36; k_1 = 0,233, для третьей прямой: k_0 = 0,63; k_1 = 0,083.

При аппроксимации характеристик нелинейных элементов ломаной кривой, особенно при их работе в цепях переменного тока, большое количество аппроксимирующих участков приводит к усложнению решения и трудностям, связанным с определением постоянных интегрирования при согласовании решений в точках излома. Погрешность отклонения при кусочно-линейной аппроксимации составила 1,356 %.

Второй способ – аппроксимация степенным полиномом 7 степени [1–5]. Степенные функции позволяют производить расчеты магнитных цепей с переменными магнитными полями, чем больше количество определенных коэффициентов, тем больше точность аппроксимации кривой намагничивания.

Кривая намагничивания сердечника датчика тока может описываться с помощью степенного полинома вида

$$f_2(H) := k_6 H^7 + k_5 H^6 + k_4 H^5 + \\ + k_3 H^4 + k_2 H^3 + k_1 H^2 + k_0 H$$

или с дополнительным коэффициентом

$$f_2(H) := k_7 H^7 + k_6 H^6 + k_5 H^5 + \\ + k_4 H^4 + k_3 H^3 + k_2 H^2 + k_1 H + k_0.$$

Кривая намагничивания сердечника имеет вид (рисунок 3).

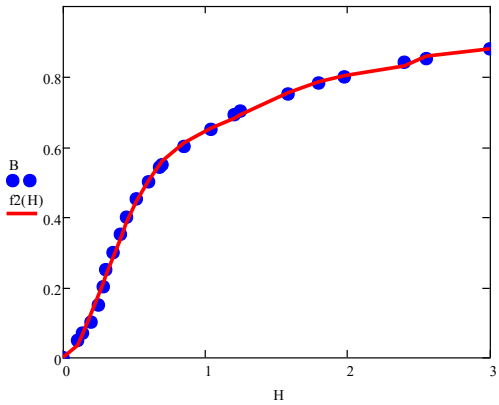

Рисунок 3 – Аппроксимация степенным полиномом 7 степени
Figure 3 – Approximation by a power polynomial of degree 7

Коэффициенты k определялись по методу наименьших квадратов и составляют: k_0 = −0,077; k_1 = 5,236, k_2 = −10,437, k_3 = 9,345, k_4 = −4,344, k_5 = 1,018, k_6 = −0,095 или с дополнительным коэффициентом: k_0 = 0,000428; k_1 = −0,082, k_2 = 5,252, k_3 = −10,463, k_4 = 9,368, k_5 = −4,355, k_6 = 1,02, k_7 = −0,095.

Существенный недостаток данного метода большое количество коэффициентов и высокий порядок аппроксимирующего полинома. Достоинства: кривая задается непрерывной функцией без изломов и разрывов, погрешность отклонения при обоих вариантах составила 0,501 %. Для примера были рассмотрены нечетный и четный степенные полиномы.

Третий способ – аппроксимация нечетным степенным полиномом. Кривая намагничивания сердечника описывается полиномом вида

$$f_3(H) := k_6H^{13} + k_5H^{11} + k_4H^9 + k_3H^7 + k_2H^5 + k_1H^3 + k_0H$$

или с дополнительным коэффициентом

$$f_3(H) := k_7H^{13} + k_6H^{11} + k_5H^9 + k_4H^7 + k_3H^5 + k_2H^3 + k_1H + k_0.$$

Кривая намагничивания сердечника имеет вид (рисунок 4).

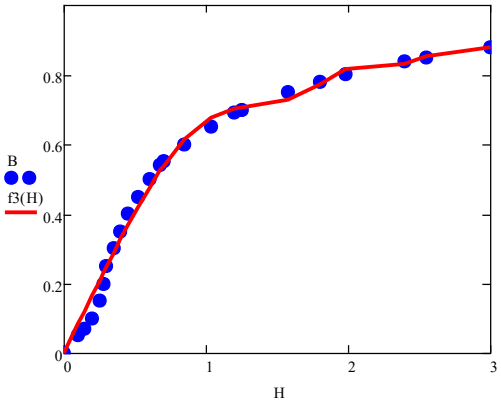

Рисунок 4 – Аппроксимация нечетным степенным полиномом
Figure 4 – Approximation by odd power polynomial

Коэффициенты k определялись по методу наименьших квадратов и составляют: k_0 = 0,834; k_1 = −0,07, k_2 = −0,185, k_3 = 0,11, k_4 = −0,025, k_5 = 0,00264, k_6 = −0,00012 или с дополнительным коэффициентом: k_0 = −0,056; k_1 = 1,041, k_2 = −0,426, k_3 = 0,104, k_4 = −0,00268, k_5 = −0,003272, k_6 = 0,000524, k_7 = −0,000024.

Погрешность отклонения для первого варианта составила 1,165 %, для варианта с дополнительным коэффициентом 0,924 %.

Четвертый способ – аппроксимация четным степенным полиномом. Кривая намагничивания сердечника описывается полиномом вида

$$f_3(H) := k_6H^{14} + k_5H^{12} + k_4H^{10} + k_3H^8 + k_2H^6 + k_1H^4 + k_0H^2$$

или с дополнительным коэффициентом

$$f_3(H) := k_7H^{14} + k_6H^{12} + k_5H^{10} + k_4H^8 + k_3H^6 + k_2H^4 + k_1H^2 + k_0$$

Аппроксимация кривой намагничивания четным полиномом производилась в ознакомительных целях, так как кривая намагничивания сердечника датчика тока является нечетной функцией, то аппроксимирующий ряд должен содержать только члены с нечетными степенями.

Кривая намагничивания сердечника имеет вид (рисунок 5).

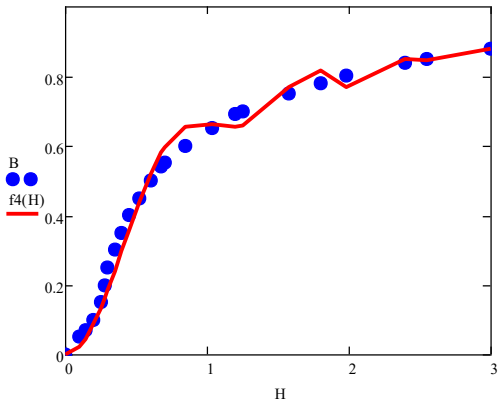

Рисунок 5 – Аппроксимация четным степенным полиномом
Figure 5 – Even power polynomial approximation

Коэффициенты k определялись по методу наименьших квадратов и составляют: k_0 = 2,308; k_1 = −3,039, k_2 = 1,929,

k_3 = −0,637, k_4 = 0,112, k_5 = −0,00989, k_6 = 0,00034 или с дополнительным коэффициентом: k_0 = 0,048; k_1 = 1,991, k_2 = −2,502, k_3 = 1,548, k_4 = −0,503, k_5 = 0,087, k_6 = −0,00767, k_7 = 0,000265.

Погрешность отклонения для первого варианта составила 1,48 %, для варианта с дополнительным коэффициентом 1,156 %.

Пятый способ – аппроксимация кривой намагничивания гиперболическим синусом [5]. Функция гиперболического синуса при разложении в ряд преобразуется в степенные полиномы. Результаты аппроксимации близки с расчетными данными по способам степенных полиномов и имеют достаточно точное совпадение с реальной кривой намагничивания сердечника датчика тока.

Кривая намагничивания сердечника аппроксимируется гиперболической функцией синуса и содержит два коэффициента аппроксимации

$$f5(B1) := k1\sinh(k2B1).$$

Кривая намагничивания сердечника имеет вид (рисунок 6).

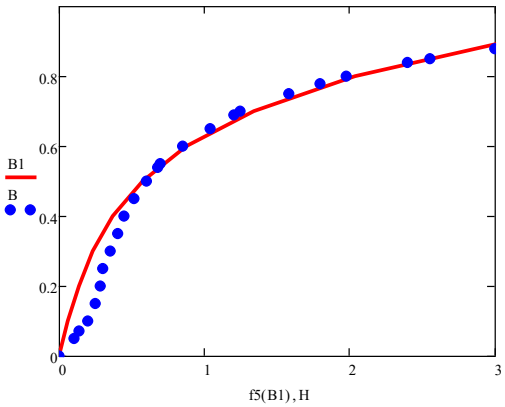

Рисунок 6 – Аппроксимация функцией гиперболического синуса

Figure 6 – Approximation by hyperbolic sine function

Коэффициенты k определялись по методу наименьших квадратов и составляют: k_1 = 0,145, k_2 = 4,173.

Погрешность отклонения составила 1,9 %.

Шестой способ – аппроксимация кривой намагничивания гиперболическим тангенсом [5]. Функция гиперболического тангенса, так же, как и синуса, при разложении в ряд преобразуется в степенные полиномы.

Кривая намагничивания сердечника аппроксимируется гиперболической функцией тангенса и содержит три коэффициента аппроксимации

$$f6(H1) := k1\tanh(k2H1) + k3H1.$$

Кривая намагничивания сердечника изображена на рисунке 7.

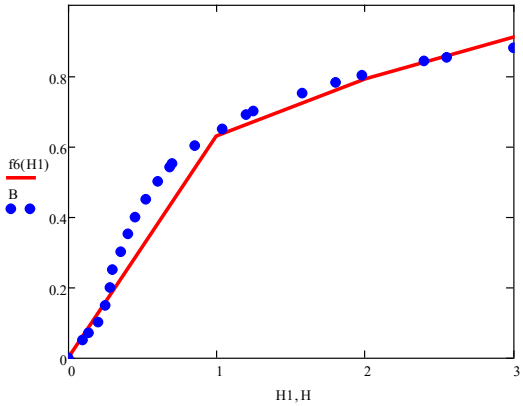

Рисунок 7 – Аппроксимация функцией гиперболического тангенса

Figure 7 – Approximation by hyperbolic tangent function

Коэффициенты k определялись по методу наименьших квадратов и составляют: k_1 = 0,562, k_2 = 1,542, k_3 = 0,116.

Седьмой способ – аппроксимация кривой намагничивания арктангенсом [5]. Арктангенсные функции аппроксимации получили широкое применение благодаря простоте вычисления самой функции и точности отображения кривой намагничивания.

Кривая намагничивания сердечника датчика тока аппроксимируется функцией арктангенса с линейным членом и содержит три коэффициента

$$f7(H1) := k1 \times \mathrm{a}\tan(k2H1) + k3H1$$

Кривая намагничивания сердечника имеет вид (рисунок 8).

Погрешность отклонения составила 1,542 %.

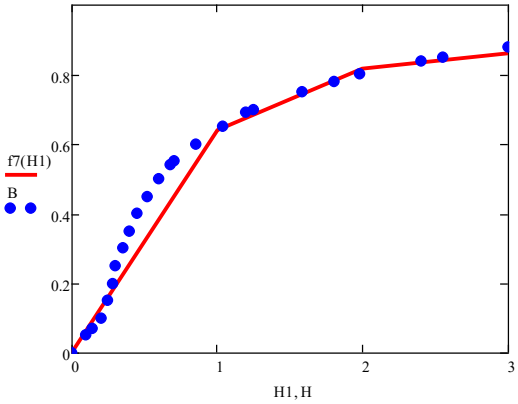

Рисунок 8 – Аппроксимация функцией арктангенса
Figure 8 – Arctangent function approximation

Коэффициенты k определялись по методу наименьших квадратов и составляют: $k_1 = 0{,}766$, $k_2 = 1{,}248$, $k_3 = -0{,}047$. Погрешность отклонения составила 1,382 %.

Восьмой способ – аппроксимация кривой намагничивания сплайн-функциями [1, 2, 5]. Данный способ является очень эффективным, так как аппроксимирующая сплайн-функция представляет собой совокупность кривых. Каждая кривая описывается своей функцией, содержащей несколько коэффициентов, которые определяются так, чтобы в точках изгиба непрерывна была не только функция, но и ее производные. В результате аппроксимирующий сплайн очень точно описывает реальную кривую намагничивания сердечника датчика тока.

Для построения аппроксимирующей сплайн-функции применяется математический пакет MathCAD, который содержит встроенный сплайн аппарат для подбора функций, подразделяющийся на три группы:

- кубический сплайн (функция cspline);
- параболический сплайн (функция pspline);
- линейный сплайн (функция lspline).

Применим для построения аппроксимирующей кривой три группы сплайн-функций (рисунок 9).

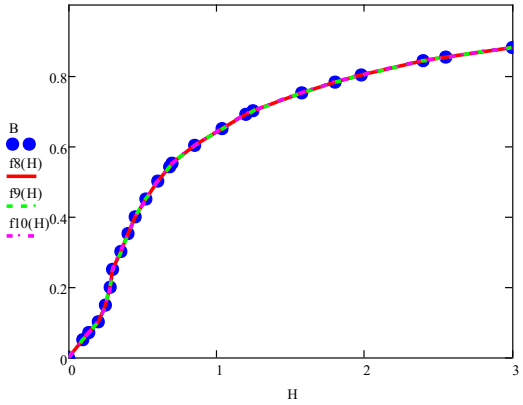

Рисунок 9 – Аппроксимация сплайн-функциями
Figure 9 – Approximation by spline functions

Как видно из рисунка 9, при помощи сплайн-функций можно очень точно построить кривую намагничивания сердечника датчика тока. Погрешность отклонения составляет 0 %, для всех сплайн-функций. Но данный способ не может использоваться для аппроксимации кривой намагничивания датчика тока, так как нет общего выражения, описывающего всю кривую. Для каждого участка применяется своя сплайн-функция со своими коэффициентами, требующая специальных программных средств.

Выводы

Проведенное исследование показало, что для кривой намагничивания сердечника датчика тока накладного типа, выполненного из электротехнической стали Э-310 с воздушным зазором, наилучшие показатели имеют степенные функции с минимальной погрешностью отклонения. К недостаткам аппроксимации степенным полиномом можно отнести большое количество коэффициентов и высокий порядок полинома для получения приемлемой точности. Хорошие показатели имеют арктангенсные и гиперболические функции, имеющие небольшое количество коэффициентов аппроксимации. В любом случае выбор способов аппроксимации кривой намагничивания будет зависеть от требований, предъявляемых к аппроксимирующим функциям и наличия соответствующего математического аппарата для проведения расчетов.

Библиографический список

1. **Матюк В. Ф., Осипов А. А.** Математические модели кривой намагничивания и петель магнитного гистерезиса // Неразрушающий контроль и диагностика. 2011. № 2. С. 3–20.

2. **Кадочников А. И., Хан Е. Б.** Аппроксимация основной кривой намагничивания параболической сплайн-функцией // Электромеханика. 1991. № 3. С. 70–73.

3. **Мустафаев Р. А., Набиев М. А., Гулиев З. А., Гаджибалаев Н. М.** К аппроксимации кривой намагничивания // Электричество. 2004. № 5. С.47–49.

4. **Бессонов Л. А.** Теоретические основы электротехники: учебник для бакалавров. М. : Юрайт, 2012. 701 с.

5. Методы моделирования основной кривой намагничивания [Электронный ресурс]. URL: http://simenergy.ru.

6. **Коломиец Л. В., Поникарова Н. Ю.** Метод наименьших квадратов: методические указания. Самара : Изд-во Самарского университета, 2017. 32 с.

7. **Пронникова М. И., Сукманов В. И.** Аналитические методы расчета трансформаторных датчиков тока // Доклады МИИСП. Вып. 3, том VII. 1971.

References

1. **Matyuk V. F., Osipov A. A.** *Matematicheskie modeli krivoj namagnichivaniya i petel' magnitnogo gisterezisa* [Mathematical models of magnetization curve and magnetic hysteresis loops] // Nerazrushayushchij kontrol' i diagnostika. 2011. № 2. pp. 3–20.

2. **Kadochnikov A. I., Han E. B.** *Approksimaciya osnovnoj krivoj namagnichivaniya parabolicheskoj splajn-funkciej* [Approximation of the main magnetization curve by parabolic spline function] // Elektromekhanika. 1991. № 3. pp. 70–73.

3. **Mustafaev R. A., Nabiev M. A., Guliev Z. A., Gadzhibalaev N. M.** *K approksimacii krivoj namagnichivaniya* [To approximation of a magnetization curve (in Russian)] // Elektrichestvo. 2004. № 5. pp. 47–49.

4. **Bessonov L. A.** *Teoreticheskie osnovy elektrotekhniki* [Theoretical bases of electrical engineering: textbook for bachelors (in Russian)]: uchebnik dlya bakalavrov. M. : Yurajt, 2012. 701 p.

5. *Metody modelirovaniya osnovnoj krivoj namagnichivaniya* [Methods of modeling the basic magnetization curve]. URL: http://simenergy.ru.

6. **Kolomiec L. V., Ponikarova N. Yu.** *Metod naimen'shih kvadratov* [Least squares method]: metodicheskie ukazaniya. Samara : Izd-vo Samarskogo universiteta, 2017. 32 p.

7. **Pronnikova M. I., Sukmanov V. I.** *Analiticheskie metody rascheta transformatornyh datchikov toka* [Analytical methods for calculating transformer current sensors] // Doklady MIISP. Vyp. 3, tom VII. 1971.

Материал поступил в редакцию 07.06.21.

Цедяков Андрей Александрович, *старший преподаватель*
кафедры «Электроснабжение и электротехника им. академика И. А. Будзко»
Тел. 8-905-707-56-05
E-mail: andrey.tsedyakov@mail.ru

Белов Сергей Иванович, *канд. техн. наук, доцент*
кафедры «Электроснабжение и электротехника им. академика И. А. Будзко»
Тел. 8(985)760-52-37
E-mail: sbelov_@mail.ru

Стушкина Наталья Алексеевна, *канд. техн. наук, доцент*
кафедры «Электроснабжение и электротехника им. академика И. А. Будзко»
Тел. 8-905-749-17-61
E-mail: energo-stushkina@mail.ru